

LA DEMOCRAZIA IMPOSSIBILE

Piergiorgio Odifreddi

Giugno 1993

Nell'ipotesi che la democrazia rappresentativa sia possibile, quale sistema elettorale ne è l'espressione migliore? Non avendo personalmente il minimo interesse per i risvolti *politici* della questione, proponiamo di concentrarci sui suoi aspetti *logici*.

Alcune proposte letterarie fanno sospettare che il problema non sia di facile soluzione. Così, per quanto riguarda gli eletti, ne *Il parlamento* Jorge Luis Borges ritiene necessaria un'assemblea veramente rappresentativa di cui ciascun votante sia membro. All'estremo opposto, per quanto riguarda gli elettori, in *Diritto di voto* Isaac Asimov ritiene sufficiente un solo votante veramente rappresentativo. Infine, per quanto riguarda il voto, in *Noi* Evgenij Zamjatin propone che esso sia non solo palese, ma anche unanime.

Le provocazioni letterarie si possono però facilmente accantonare con un sorriso: noi preferiamo quelle matematiche, la cui rimozione è meno agevole, e richiede l'abbandono della razionalità.

La votazione a maggioranza

Il significato letterale della parola 'democrazia' (dal greco *demos* e *kratein*) è 'governo del popolo', ma nell'inconscio collettivo occidentale essa ha acquisito il significato, più limitato ma più preciso, di 'governo della maggioranza'.¹

La votazione a maggioranza è dunque vista come *il* mezzo attraverso cui il popolo governa, sia direttamente (scegliendo fra alternative in un referendum) che indirettamente (scegliendo fra candidati in una elezione).

⁰Da *Lettera Pristem*, 11 (1994) 26-31.

¹Ad esempio, il *Webster's Dictionary* riporta entrambi i significati.

La riduzione del governo del popolo a quello della maggioranza dovrebbe però essere giustificata in qualche modo: in fin dei conti, il concetto di democrazia contiene implicitamente tutta una serie di aspetti, che potrebbero forse essere meglio espressi da altri metodi di governo in generale, e di votazione in particolare.

A prima vista potrebbe sembrare che le uniche giustificazioni possibili fossero inconcludenti discussioni di filosofia politica, ma nel 1952 Kenneth May ha invece trovato una dimostrazione matematica, che prova come la votazione a maggioranza sia il *solo* procedimento di votazione fra due alternative che soddisfi le seguenti condizioni minimali:

- *Libertà individuale*: ogni preferenza individuale è accettabile.
- *Dipendenza dal voto*: il risultato della votazione fra due alternative è determinato dai voti su di esse, e solo da essi.
- *Monotonicità*: se un'alternativa vince in una votazione, continua a vincere in ogni votazione in cui prenda più voti.
- *Anonimato*: non ci sono votanti privilegiati.

Si consideri infatti una votazione fra due alternative A e B . Per la dipendenza dal voto, soltanto gli insiemi V_A (dei votanti che preferiscono A a B) e V_B (dei votanti che preferiscono B ad A) sono rilevanti per il risultato. Per l'anonimato, ogni voto conta nello stesso modo, e dunque soltanto i numeri n_A (dei votanti in V_A) ed n_B (dei votanti in V_B) sono rilevanti per il risultato.

Supponiamo ora che A prenda la maggioranza dei voti, cioè che $n_A > n_B$, ma che sia B a vincere. Per la libertà individuale, si può immaginare una situazione in cui tutti i votanti scambino i loro voti (cioè che votino per A se prima votavano per B , e per B se prima votavano per A). Si avrebbe allora una situazione simmetrica alla precedente, con i ruoli di A e B scambiati: per la dipendenza dal voto, questa volta sarebbe A a dover vincere (perchè B vinceva prima, quando prendeva gli stessi voti che ora prende A); ma per monotonicità, sarebbe B a dover vincere (perchè B vinceva prima, quando prendeva meno voti di quanti ne prende ora). È dunque impossibile che B vinca, ed allora vince A , cioè l'alternativa che prende la maggioranza dei voti.

In generale, la dimostrazione precedente insegna che anche una discussione politica, quando sia basata su argomenti concreti (come raramente

accade), può essere semplice e precisa. Più in particolare, essa mostra che la votazione a maggioranza è una conseguenza logica di assunzioni che sono implicitamente contenute nel concetto astratto di democrazia, e ne giustifica così il ruolo di metodo democratico per eccellenza.

Il paradosso di Condorcet

May propose la sua analisi assiomatica nel 1952, quando ormai nessuno si poneva più il problema di dover giustificare la democrazia, almeno in una certa parte del mondo. Ma ci fu un periodo quando il problema non era soltanto accademico, e non tutti erano già stati convertiti alla causa, con le buone o con le cattive.

Nel 1785, nove anni dopo il 1776 e quattro prima del 1789, Marie Jean Antoine Nicolas de Caritat (meglio noto come il marchese di Condorcet²) scoprì con tempismo un paradosso del sistema di votazione a maggioranza, sollevando così un argomento aristocraticamente razionale contro il nuovo sistema democratico che veniva rivoluzionariamente instaurato negli Stati Uniti ed in Francia.³

La votazione a maggioranza, anche senza la dimostrazione di May, era un efficiente metodo di scelta fra *due* alternative. Con un numero maggiore, un'idea ovvia era di votarle due a due, e di scegliere quella che avesse riportato la maggioranza contro tutte le rimanenti. Il marchese scoprì che però una tale alternativa poteva non esistere: anche se le preferenze dei singoli votanti rispetto alle varie alternative sono ordinate linearmente, la votazione può produrre un ordine sociale circolare.

Ad esempio, si considerino tre votanti 1, 2 e 3, che debbano scegliere rispetto alle alternative *A*, *B* e *C*. Supponiamo che si abbiano i seguenti

²Enciclopedista e poi girondino, si nascose per vari mesi dopo l'avvento al potere dei giacobini. Arrestato senza essere riconosciuto (tradito, sembra, dalla sua richiesta di un'omelette con un numero spropositato di uova), fu trovato morto tre giorni dopo (forse suicida, visto che portava sempre del veleno con se).

³Vide il marchese un paradosso nella *rivoluzione* (armata) che pretendeva di generare una *democrazia*? Paradosso evitato (certo non per sensibilità logica) dalle rivoluzioni marxiste che, a partire da quella bolscevica del 1917, si proponevano invece l'introduzione di una *dittatura* (del proletariato, almeno nelle intenzioni).

ordini ciclici di preferenze:

$$\begin{array}{l} 1 : \quad A \quad B \quad C \\ 2 : \quad B \quad C \quad A \\ 3 : \quad C \quad A \quad B, \end{array}$$

da leggersi nel modo seguente: 1 preferisce A a B e B a C , 2 preferisce B a C e C ad A , e 3 preferisce C ad A ed A a B . Quando si pongano in votazione le alternative due a due, A vince su B per due voti (quelli di 1 e 3) ad uno (quello di 2), ed analogamente B vince su C per due voti (1 e 2) ad uno (3): si potrebbe allora pensare che A dovrebbe vincere su C , mentre succede il contrario, e C vince su A per due voti (2 e 3) ad uno (1).⁴

In particolare, se A viene votata contro la vincitrice fra B e C (che è B), essa vince; ma lo stesso accade per B se essa viene votata contro la vincitrice fra A e C (che è C), e per C se essa viene votata contro la vincitrice fra A e B (che è A).

Il paradosso non lascia dunque scelta: o si votano tutte le alternative una contro l'altra, ed allora può non esservi una vincitrice; oppure si votano le varie alternative in un certo ordine, ed allora la vincitrice dipende dall'ordine scelto.⁵

Come se ciò non bastasse, un particolare ordine di votazioni può permettere ad un'alternativa di vincere anche quando ne esista un'altra che le è unanimemente preferita. Basta infatti considerare gli ordini precedenti, ed inserire in ciascuno una nuova alternativa D immediatamente di fronte ad A , ottenendo così i seguenti ordini:

$$\begin{array}{l} 1 : \quad D \quad A \quad B \quad C \\ 2 : \quad B \quad C \quad D \quad A \\ 3 : \quad C \quad D \quad A \quad B. \end{array}$$

Se si votano dapprima D contro C , poi la vincitrice contro B , ed infine la

⁴La proprietà matematica qui in questione è detta *transitività*: se x precede y ed y precede z , allora x precede z . Nell'esempio precedente le preferenze individuali sono transitive, ma non così quelle sociali scelte per votazione a maggioranza.

⁵La possibilità non è soltanto teorica, e sembra essersi presentata alle elezioni presidenziali del 1976 negli Stati Uniti: Jimmy Carter vinse su Gerald Ford, dopo che Ford aveva vinto la nomination su Ronald Reagan, ma i sondaggi mostravano che Reagan avrebbe vinto su Carter (come poi accadde effettivamente nel 1980, benchè con un diverso elettorato).

vincitrice contro A , allora C vince su D , B vince su C ed A vince su B : dunque A vince, benchè D le sia unanimemente preferita.

Poichè la votazione a maggioranza su più di due alternative è un sistema largamente applicato in assisi locali, nazionali e sovranazionali, l'interesse del paradosso è evidente. Esso spiega, fra l'altro, le (a volte furiose) battaglie procedurali sull'ordine delle votazioni: lungi dall'essere bizantinismi, come potrebbero apparire, esse sono essenziali per pilotare il risultato finale nella direzione voluta, relegando le votazioni al ruolo di copertura democratica di veri e propri colpi di mano.⁶

Vale la pena di sottolineare che, affinché il paradosso sia possibile, non può esserci un'alternativa che nessuno considera la peggiore. Infatti, se A vince su B per maggioranza, almeno la metà più uno dei votanti preferisce A a B ; se B vince su C per maggioranza, almeno la metà più uno dei votanti preferisce B a C ; dunque almeno uno dei votanti preferisce A a B e B a C , e C è considerata l'alternativa peggiore da qualcuno. Per simmetria, lo stesso vale per A e B . Affinchè l'ordine sociale generato dalla votazione per maggioranza possa essere circolare, è dunque necessario che ogni alternativa sia considerata la peggiore da qualcuno.

Questo espone un'incompatibilità fra *libertà individuale*, che permette a ciascuno di scegliere un qualunque ordine di preferenze, e *armonia sociale*, che richiede invece una certa uniformità fra gli ordini individuali. E spiega anche sia l'adeguatezza della votazione a maggioranza nei momenti di stabilità politica, che la sua impotenza nei momenti di rivolgimento: nei primi esistono alternative (quelle di centro, in un ordinamento da sinistra a destra) che nessuno considera le peggiori, mentre nei secondi la radicalizzazione delle

⁶Un altro bel comportamento manipolatorio è chiamato eufemisticamente *voto sofisticato* o *strategico*, e consiste nel votare non secondo coscienza, ma 'turandosi il naso'. Ad esempio, nel caso di tre alternative, se si vota prima fra A e B , e poi fra la vincitrice e C , l'alternativa che prevale è C , cioè la meno preferita da 1. Questi può però influenzare il risultato finale, e far prevalere l'alternativa B (che egli preferisce a C), votando non per A ma per B nella prima votazione: se tutti gli altri voti sono dati secondo le reali preferenze, allora B vince su A per due voti (1 e 2) ad uno (3), e poi rinvince su C per due voti (1 e 2) ad uno (3).

Un esempio di voto strategico è già raccontato da Plinio il Giovane nelle *Lettere* (VIII.14): al processo contro i liberti accusati per la morte del console Afranio Destro, i senatori favorevoli alla condanna a morte (prima preferenza) votarono invece a favore dell'esilio (seconda preferenza), per evitare la vittoria dell'assoluzione (terza preferenza) in una votazione a pluralità.

preferenze crea le condizioni per il paradosso.⁷

Problemi di peso

Nei tempi in cui la democrazia era già una possibilità ma non ancora una attualità si combattè, parallelamente alla battaglia militare per decidere *se* metterla in pratica, una battaglia matematica per decidere *come* metterla in pratica.

In particolare, fermo restando che fra due alternative il miglior metodo di scelta era la votazione a maggioranza, qualcuno pensò ad un'estensione a più alternative diversa da quella precedente, detta *votazione a pluralità*: si presentano le varie alternative simultaneamente, ciascun votante ne sceglie una, e vince quella che riceve il maggior numero di voti.

Jean-Charles de Borda scoprì nel 1781 che si imponeva una scelta fra i due metodi, visto che pluralità e maggioranza sono fra loro incompatibili.

Ad esempio, si considerino quindici votanti, che debbano scegliere rispetto alle alternative A , B e C . Supponiamo che gli ordini di preferenze individuali siano i seguenti, così ripartiti:

per 6 votanti :	A	B	C
per 4 votanti :	B	C	A
per 5 votanti :	C	B	A .

Quando si pongano in votazione le alternative a pluralità, allora A vince su C per 6 a 5, e C vince su B per 5 a 4. Quando invece si pongano in votazione le alternative a maggioranza, allora B vince su C per 10 a 5, e C vince su A per 9 a 6. I due sistemi di votazione producono dunque ordini sociali contrapposti.

Borda non si accorse che la votazione a maggioranza poteva non essere transitiva, anche perchè nell'esempio precedente lo è: B vince su A per 9 a 6. Egli individuò invece un problema nel fatto che nella votazione a pluralità si considera soltanto una parte dell'informazione contenuta nei vari ordini di preferenza individuali (precisamente, qual'è la prima alternativa), e propose

⁷Duncan Black ha enunciato nel 1948 una condizione (detta di *single-peakedness*) sufficiente per la transitività della votazione a maggioranza: gli ordini di preferenze individuali devono avere un unico massimo.

sistemi di *voto pesato*, in cui pesi numerici possono essere associati esplicitamente dai votanti alle varie alternative, oppure essere determinati implicitamente dalle posizioni delle alternative negli ordini di preferenza individuali (ad esempio, nell'*assegnamento canonico* si danno n punti alla prima, $n - 1$ punti alla seconda, \dots , 1 punto all'ultima di n alternative). La costruzione dell'ordine sociale si effettua, in questo caso, sommando i pesi delle alternative nei vari ordini individuali. Ma, come già nel caso della votazione a maggioranza, anche i sistemi di voto pesato presentano seri problemi.

Anzitutto, si deve stabilire l'assegnamento dei pesi. Qui le difficoltà non sono soltanto psicologiche (come misurare le intensità delle preferenze per ciascun individuo) o sociologiche (come paragonare fra loro i sistemi di misura individuali), ma anche semplicemente logiche: cambiando l'assegnamento di pesi, si può cambiare il risultato. Ad esempio, si considerino cinque votanti, che debbano scegliere rispetto alle alternative A , B e C . Supponiamo che gli ordini di preferenze individuali siano i seguenti, così ripartiti:

per 3 votanti : $A \ B \ C$
per 2 votanti : $B \ C \ A$.

Se si assegna un punto alla prima di ogni lista e nessuno alle altre (come nella votazione a pluralità), A vince su B per 3 a 2; se si assegnano due punti alla prima, uno alla seconda e nessuno alla terza di ogni lista, allora B vince invece su A per 7 a 6.

In secondo luogo, quand'anche si siano fissati l'assegnamento di pesi e gli ordinamenti individuali fra due alternative, l'ordine sociale fra queste dipende dalla presenza o meno di altre alternative in gara. Ad esempio, se l'assegnamento è quello canonico e gli ordini individuali sono quelli dell'esempio precedente, allora A perde su B per 11 a 12. Poichè l'alternativa C non solo è l'ultima in assoluto (con 7 punti), ma non è preferita da nessun votante a B , che è la prima in assoluto, si potrebbe pensare che la presenza di C sia irrilevante per la vittoria di B : essa risulta invece determinante, perchè se l'alternativa C viene eliminata allora si rimane con tre votanti che preferiscono A a B e due che preferiscono B ad A , e questa volta A vince su B per 8 a 7.

Problemi di questo genere hanno reso i sistemi di voto pesato, che in ogni caso sono più complicati di quelli a maggioranza, poco praticabili. Oggi essi sono usati quasi esclusivamente in multicompetizioni sportive (ad esempio

il decatlon), dove le alternative sono gli atleti in gara, i votanti le varie competizioni, le preferenze gli ordini di arrivo, ed i pesi i punteggi assegnati.

Tali sistemi sono comunque utili come esempi di un approccio *cardinale*, opposto a quello puramente *ordinale* della votazione a maggioranza: in essi si misura non solo l'ordine delle preferenze individuali, ma anche la loro intensità.⁸

Il teorema di Arrow

Borda e Condorcet, mostrando l'impossibile, fecero il possibile per esporre le difficoltà dei sistemi di votazione noti, ma questo non fermò la storia: la ghigliottina era un argomento ben più tagliente dei paradossi, e la democrazia si dimostrò, benchè logicamente inconsistente, storicamente ineluttabile.

L'argomento di Condorcet cadde nell'oblio, venne riscoperto periodicamente (da Lewis Carroll nel 1876 a Duncan Black nel 1948), e fu puntualmente ridimenticato. Infine, esso fu ritrovato nel 1951 da Kenneth Arrow, un giovane economista che aveva studiato logica matematica con Alfred Tarski, uno dei massimi logici del secolo.

Questa volta due congiunture favorevoli si combinarono. Da un lato, una storica: se la ghigliottina aveva neutralizzato dei paradossi, argomenti ben più esplosivi quali la bomba atomica (che 'la più grande democrazia' aveva

⁸Storicamente, non è l'approccio cardinale ad essere un raffinamento dell'approccio ordinale, bensì è l'approccio ordinale ad essere una semplificazione dell'approccio cardinale.

L'approccio cardinale è presente nell'utilitarismo, sviluppato da Jeremy Bentham a partire dal 1776, ed alla base della teoria economica ottocentesca (attraverso John Stuart Mill). In esso, il comportamento personale è spiegato dal tentativo di accrescere l'utile individuale, ed al comportamento sociale si richiede di assecondare tale sforzo. Questo presuppone sia misure individuali dell'utile (per poterlo massimizzare personalmente), che la paragonabilità delle varie misure (per poter massimizzare socialmente la somma degli utili individuali).

L'approccio ordinale venne introdotto soltanto nel 1909, quando Vilfredo Pareto scoprì che l'unico uso di una misura di utilità è che essa implica un ordine, e questo è sufficiente per tutte le applicazioni dell'utilitarismo alla teoria economica. In particolare, esso basta per formulare il *principio di Pareto*, secondo cui una scelta è ottimale se non ne esistono altre che rendano almeno qualcuno più soddisfatto, e nessuno meno soddisfatto (in termini di votazioni, il principio si traduce nella condizione di monotonicità: se una alternativa vince in una votazione, essa continua a vincere quando qualcuno di quelli che votavano contro di essa ora votano a favore, e nessuno di quelli che votavano a favore ora vota contro).

non solo costruito ma usato) potevano neutralizzare qualunque cosa, pianeta compreso; figuriamoci un teorema impertinente. D'altro lato, una personale: la formazione logica di Arrow non gli permise di fermarsi al paradosso, e lo costrinse ad andare oltre, chiedendosi se questo fosse frutto del caso o della necessità.

La sua domanda fu semplice: il paradosso mostra che un particolare sistema di votazione (quello a maggioranza) non permette di estendere la transitività dalle preferenze individuali a quelle sociali; *esiste* allora un sistema di votazione che permetta di farlo? In termini più espliciti: è *possibile* la democrazia?⁹

La risposta sorprendente che Arrow trovò fu negativa: *nessun* sistema di votazione che soddisfi certe condizioni minimali preserva la transitività delle preferenze.

La sorpresa sta nel fatto che sia i razionalisti alla Bentham che gli idealisti alla Kant (vedi note 8 e 9) avevano *supposto* che l'ordine sociale esistesse, e differivano solo nel credere che esso fosse deducibile o indipendente dagli ordini individuali. Il realista Arrow *dimostra* invece che entrambi hanno torto, e che l'ordine sociale non esiste.

Per non lasciare alibi al lettore, il quale potrebbe cullarsi nell'illusione che soltanto condizioni balorde possano assicurare il risultato, enunciamo esplicitamente le disarmanti ipotesi di Arrow:

- *Libertà individuale*: ogni ordine transitivo di preferenza individuale è accettabile.
- *Dipendenza dal voto*: il risultato della votazione fra due alternative è determinato dai voti su di esse (in base agli ordini di preferenza

⁹Le alternative, gli ordini individuali e l'ordine sociale corrispondono rispettivamente a ciò che Kant chiama, nella *Critica della ragion pratica*: imperativi tecnici (le conoscenze dei mezzi necessari per portare a termine determinati fini), imperativi pragmatici (le varie volontà degli individui, basate sulla ricerca della felicità individuale), e imperativo morale (l'univoca volontà che ogni individuo avrebbe, se egli potesse essere perfettamente razionale).

Kant non considera l'analogo della domanda precedente, se sia cioè possibile sintetizzare un imperativo morale a partire dagli imperativi pragmatici, ma il suo contrario: è possibile adottare imperativi pragmatici che concordino con l'imperativo morale? Egli enuncia una risposta affermativa (*principio di autonomia della volontà*: l'imperativo morale ha validità interpersonale), ed una soluzione (*regola dell'imperativo categorico*: ognuno adotti quei principi di comportamento che possono essere adottati da tutti senza contraddizioni).

individuali), e solo da essi.

- *Monotonicità*: se un'alternativa vince in una votazione, continua a vincere in ogni votazione in cui prenda più voti.
- *Rifiuto della dittatura*: non esiste nessuno le cui preferenze individuali dettino il risultato di ogni votazione, indipendentemente dalle preferenze degli altri votanti.¹⁰

Benchè il risultato di Arrow sia un *teorema* (fra l'altro di dimostrazione piuttosto elementare¹¹), per esorcizzarlo lo si chiama spesso *paradosso*: in inglese la cosa suona bene, perchè 'Arrow's paradox' si traduce come 'paradosso della Freccia', e richiama così un altro venerabile paradosso, quello di Zenone sul moto (una freccia in volo non può muoversi, perchè in ogni istante è ferma).

Ciò non ha impedito che esso fosse oggetto di studi approfonditi, che ora formano la cosiddetta *teoria delle scelte sociali*; nè ha distratto il comitato di Stoccolma, che nel 1972 assegnò ad Arrow il premio Nobel per l'economia.¹²

Economia ed informatica

Il fatto che un teorema di scienze politiche quale quello di Arrow, sull'impossibilità di un sistema democratico di votazione, gli abbia fruttato un premio Nobel *per l'economia*, non deve stupire. A parte le di per sè ovvie ma oggi lampanti connessioni (e collusioni) fra economia e politica, per la sua natura astratta il risultato si applica a qualunque situazione in cui sia necessaria una scelta collettiva fra un insieme limitato di alternative; ad esempio, nel campo economico: di prodotti in un mercato, di politiche aziendali in un consiglio di amministrazione, di rappresentanti in un'assemblea di azionisti.

Manifestando una difficoltà nel passaggio dalla microeconomia dei soggetti individuali (quali produttori e consumatori) alla macroeconomia dei gruppi (quali i mercati), esso richiama una serie di situazioni analoghe, in

¹⁰Si noti l'analogia delle condizioni di Arrow con quelle di May: in particolare, l'anonimato implica il rifiuto della dittatura, e il teorema di Arrow mostra che il teorema di May non si può estendere a più di due alternative.

¹¹Vedi *Ultrafiltri, dittatori e dei*.

¹²Vide il premiato un paradosso nel comitato che pretendeva di assegnare il premio proprio a lui *per votazione*?

cui risulta difficile o impossibile giustificare il comportamento globale di un sistema sulla base dei comportamenti individuali delle sue componenti. In particolare, in informatica, il passaggio dalla microstruttura dei calcoli (i cui singoli passi sono meccanici) alla macrostruttura dei risultati (la cui esistenza o meno non si può prevedere in modo meccanico).¹³

Il parallelo fra economia ed informatica non è certo casuale: i due modelli alternativi di economia, basati rispettivamente sul *libero mercato* (in cui l'organizzazione globale emerge dal comportamento individuale) e sulla *pianificazione* (in cui il comportamento individuale è diretto da decisioni centralizzate), corrispondono a due modelli alternativi di calcolo: rispettivamente, quello *biologico* (esemplificato dalle reti neurali, in cui si integrano i comportamenti paralleli di un gran numero di componenti che sono l'analogo dei soggetti del mercato) e quello *informatico* (esemplificato dai calcolatori usuali, diretti da un'unità centrale operativa che è l'analogo dell'organismo di pianificazione del mercato). Per restare in tema di paradossi, questo non impedisce che l'esaltazione informatica possa oggi convivere, in bella coerenza, con due fenomeni complementari: la demonizzazione della pianificazione economica (soprattutto statale), e la santificazione di quei gemelli siamesi che sono il libero mercato e la democrazia.

Conclusione

Le conseguenze del teorema di Arrow (peraltro implicitamente ormai evidenti) sono così forti che, preferendo astenerci dall'enunciarle esplicitamente noi stessi per non essere tacciati di provocazione, ne cediamo l'incombenza a Paul Samuelson, premio Nobel per l'economia nel 1970, e consigliere economico di John Kennedy (quindi non in odore di eresia, ed anzi uno degli evangelisti del capitalismo moderno).¹⁴

In primo luogo, egli ammette candidamente che “la ricerca della democrazia perfetta da parte delle grandi menti della storia si è rivelata la ricerca di una chimera, di un'autocontraddizione logica”. Un bello spunto di meditazione, questo! Soprattutto nel presente periodo storico, quando politici

¹³Tale limitazione, detta ‘indecidibilità del problema della fermata’, è una versione informatica del teorema di Gödel, citato poco oltre.

¹⁴Le dichiarazioni di Samuelson riportate poco oltre sono tratte da *Scientific American*, Ottobre 1974, p. 120.

e mezzi di informazioni mondiali non fanno che cantare incessantemente il mantra del supposto trionfo di quella chimera.

In secondo luogo, egli traccia un parallelo che per noi è estremamente significativo: “la devastante scoperta di Arrow è per la politica ciò che il teorema di Gödel è per la matematica”. In particolare, entrambi i risultati mostrano limitazioni intrinseche dei rispettivi campi in maniera semplice ed inequivocabile, distruggendo così ingenui illusioni.

Il parallelo con la logica introdotto da Samuelson ci fa venire in mente un'altra connessione: il teorema di Arrow si può vedere come un passo verso la creazione della *characteristica universalis*. Questa fu vagheggiata da Gottfried Wilhelm Leibniz quand'egli, pellegrino per le seicentesche corti europee nelle vesti di diplomatico e giurista, era presumibilmente costretto ad interminabili discussioni che ripugnavano la sua mente razionale di logico e matematico: non gli si può quindi rimproverare il sogno di poter un giorno annientare le sterili dispute a suon di calcoli e dimostrazioni.¹⁵ Ci piacerebbe quindi che oggi gli fosse concesso di tornare fra noi anche solo per una sera, per partecipare ad uno di quegli spettacoli televisivi in cui i politici (paradossalmente, di ogni tendenza) riempiono la propria bocca e le altrui orecchie della parola ‘democrazia’. Gli sarebbe finalmente possibile alzarsi sdegnato, farsi portare una lavagna, e dire scuotendo la parrucca: “ora basta, mi avete scocciato, e vi voglio svergognare pubblicamente *dimostrando* che ciò di cui state parlando non esiste”.

¹⁵“Cadrà quell'inopportuno obiettare con il quale ci si suole tormentare l'un l'altro, e che ha l'effetto di distogliere i più dalla volontà di ragionare, quando appunto qualcuno argomenta e un altro non tanto esamina l'argomentazione quanto si limita in generale a ribattere: in base a che cosa tu sai che la tua ragione è più retta della mia?” (Gottfried Wilhelm Leibniz, *Scritti di logica*, Laterza, 1992, p. 146).

Bibliografia

I lavori originali in cui si trovano i risultati citati sono:

- Jean-Charles de Borda, 'Mémoire sur les élections au scrutin', *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, 1781, pp. 657–665.
- Marie de Caritat, *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*, Parigi, 1785.
- Kenneth Arrow, *Social choice and individual values*, Yale University Press, 1951 e 1963.
- Kenneth May, 'A set of independent, necessary and sufficient conditions for simple majority decisions', *Econometrica*, 20 (1952) 680–684.

La storia e ulteriori sviluppi della teoria delle scelte sociali si possono leggere in:

- Duncan Black, *The theory of committees and elections*, Cambridge University Press, 1958.
- Alfred MacKay, *Arrow's Theorem: the paradox of social choice*, Yale University Press, 1980.
- Kenneth Arrow, *Collected papers, volume I*, Harvard University Press, 1983.

Autobiografie intellettuali di Arrow e Samuelson si trovano in:

- William Breit e Roger Spencer, *Vita da Nobel*, Il Sole 24 Ore Libri, 1991.